Za namige, nasvete in rešitve me lahko kontaktirate na jan.pantner@gmail.com.

1. Ali obstaja kakšna taka funkcija $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x in y velja
$$f(x)(1 - f(y)) = xy.$$
Če obstaja, poiščite vse take funkcije.

2. Naj funkcija $f\colon A \to A$ za vsak $a \in A$ zadošča pogoju $f(f(a)) = a$. Dokažite, da je funkcija f bijektivna.

3. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{Z}$, ki zadoščajo pogoju $f(1) = 0$ in za vsa cela števila n velja
$$f(f(n)) = f(f(n+2)+2) = n.$$

4. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, da za vsaki celi števili n, m velja
$$f(x + f(y)) = f(x) + y.$$

5. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x, y velja
$$f(f(x) + x + y) = f(x+y) + yf(y).$$

6. Poiščite vse take strogo naraščajoče funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x, y velja
$$f(x + f(y)) = f(x+y) + 1.$$

7. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x, y velja
$$f(x^2 + y) = f(x^{27} + 2y) + f(x^4).$$

8. Poiščite vse take funkcije $f, g\colon \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$, za katere, za vsaka $x, y \in \mathbb{Q}$, veljata enačbi
$$f(g(x) + g(y)) = f(g(x)) + y,$$
$$g(f(x) + f(y)) = g(f(x)) + y.$$

9. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x, y velja
$$f(f(x)^2 + f(y)) = xf(x) + y.$$

10. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, da za vsaki celi števili x, y velja
$$f(2a) + 2f(b) = f(f(a+b))$$

11. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x, y velja
$$f(f(x) + y) = 2x + f(f(y) - x).$$

12. Poiščite vse take funkcije $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, da za vsaki realni števili x, y velja
$$f\left(\lfloor x \rfloor y\right) = f(x) \left\lfloor f(y) \right\rfloor.$$